**Лекция 4**

**Дифференциалдық теңдеулерді шекті айырымдармен бейнелеу әдістері. Полиномды аппроксимация әдісі. «Алға», «артқа» және «орталық» шекті-айырымды сызбалары**

Шекті-айырымды қатынастарды алудың тағы бір әдісі параметрлері бар аппроксимациялайтын аналитикалық функцияны қолданудың негізінде жатыр. Бұл функция тор түйіндеріндегі мәндер арқылы тұрғызылып, содан соң аналитикалық жолмен дифференциалданады. Бұл тәжіри-белік мәліметтер бойынша туындыларды анықтаудың қарапайым әдісі болып табылады. Идеал түрде аппроксимациялайтын функцияның түрі жуықталған аналитикалық шешіммен анықталуы тиіс, алайда, әдетте, аппроксимациялаушы функциялар ретінде полиномдар пайдаланылады. Осы әдісті біз параболалық аппроксима-ция мысалында көрсететін боламыз.

*f* функциясының мәндері *і-1, і* және *і+1* нүктелерінде берілген деп жорамалдап, *f(x)* функциясына параболалық аппроксимация жүргізейік:

 *f(x)=a+bx+cx2+dx3+…* (2.11)

Бірінші және екінші туындыларды анықтайық:

  (2.12)

  (2.13)

Жеңіл болу үшін санақ басы ретінде *(х = 0*) *і* нүктесін алайық. Онда *і-1, і* және *і+1* нүктелерінде жазылған (2.11) өрнектен мынау шығады:

 *fі-1 ≈ a-bΔx+cΔx2-dΔx,*(2.14)

 *fі ≈ a,* (2.15)

 *fі+1 ≈ a+bΔx+cΔx2+dΔx3.* (2.16)

(2.14) пен (2.16) өрнектерді қосу арқылы мынаны аламыз:

 *fі-1+ fі+1 ≈ 2a+2cΔx2.*

(2.15) ескере отырып, *c*-ны табамыз:

 .

(2.16) өрнектен *b* мәнін анықтаймыз:

 .

*i* нүктесінде (*х=0* болғанда) (2.12) өрнектегі бірінші туындының мәні мынаған тең болады:

. (2.17)

Ал (2.13) өрнектегі *і* нүктесіндегі екінші туындының мәні былайша анықталады:

. (2.18)

(2.17) және (2.18) өрнектер Тейлор қатарына жіктеудің нәтижесінде шыққан (2.6) және (2.7) теңдеулерімен жақсы сәйкес келеді. Егер *f* — бірінші дәрежелі полином деп есептесек, яғни:

 *f(x)=a+bx+…,*

онда *а* мен *b* анықтау үшін қандай мәндер - *fі* және *fі+1* немесе *fі* және *fі-1* қолданылатындығына байланысты бірінші туынды үшін сәйкесінше «алға» немесе «артқа» айырымдары бар өрнектерді шығарып алуға болады. *f*  функциясын сызықты аппроксимациялағанда екінші туынды үшін өрнекті шығара алмайтындығымыз анық.

Реттілігі жоғары туындылар үшін айырымды өрнектер жоғары ретті полиномдарды қолданудың негізінде алынады. Реттілігі екіден көп полиномдар үшін алынған өрнектер Тейлор қатарына жіктеуден алынған теңдеулерге ұқсамайды және әрбір жағдайда аппроксимация қателігі Тейлор қатарына жіктеу арқылы тексерілуі тиіс. Есептелетін жылуфизикада полиномды аппроксимация әдісі әдетте шекараға жақын маңайдағы туындылардың мәндерін алу үшін ғана пайдаланылады.

Полиномды аппроксимацияның кемшілігі – аппроксимация реті артқан сайын олар «шуылдарға», яғни мәліметтердің кездейсоқ таралған қателіктеріне сезімтал бола бастайды.